tangente

Cédric Villani
Toujours un pied dans les maths

L'aiguille de Buffon
Naissance des probabilités géométriques

Philippe Leblanc
Fibonacci et l'art concret

tangente
l'aventure mathématique

n° 180

ESPIONNAGE : des maths, partout !

Données cryptées, mots de passe, mobiles
Cacher un message dans une image
Les matheux dans les services de renseignement

La formule de Héron
L'aire du triangle à partir de ses seuls côtés
Adaptation au tétraèdre : bravo Euler !

Prix Tangente du meilleur article
Redécouvrir une conjecture d'Erdös
Comment se comporter face au risque

Dom - Lux - Belg : 7,30 € Suisse : 12,20 CHF Canada : 11,99 $ can
Tunisie : 7,20 DTU Maroc : 70 DH / ISSN 0987-0806 / JAN.-FÉV. 2018

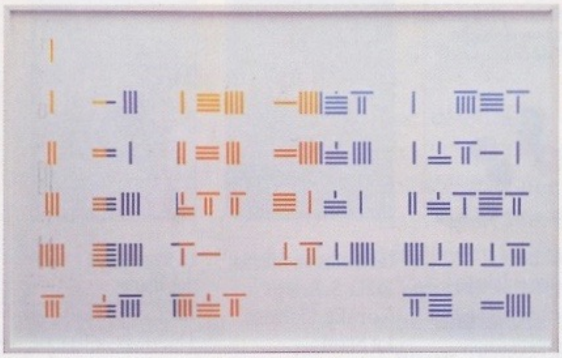
Avec le soutien du CNL CENTRE NATIONAL DU LIVRE

M 05421 - 180 - F: 6,80 € - RD

par Hervé Lehning

Quand Fibonacci s'invite dans l'art concret

La fameuse suite de Fibonacci, qui commence par 1, 1, 2… et dont chaque terme est la somme des deux précédents, est riche de propriétés étonnantes. A-t-elle fini par livrer tous ses secrets ? Mystère, car aujourd'hui certains artistes s'en emparent et l'explorent sous toutes les facettes.



© Philippe Leblanc, 2017

Chinacci 25 de Philippe Leblanc.

Le monde de l'art est jalonné de mouvements parfois éphémères. Le courant de l'art concret (voir *Tangente* 175) peut dérouter par la diversité des approches et l'apparente absence d'unité dans la démarche adoptée par les artistes. Cependant, une lecture mathématique peut aider à faire émerger cette unité et expliciter le côté « concret » des œuvres. Pour l'illustrer, prenons le cas de Denise Demaret-Pranville, artiste plasticienne bien connue des lecteurs de *Tangente*, et du plasticien belge Philippe Leblanc (on trouvera facilement leurs sites sur Internet en ajoutant la mention « art » à leurs noms). L'œuvre *Chinacci 25* de Philippe Leblanc, dont le titre même fait mystère, va nous servir de guide.

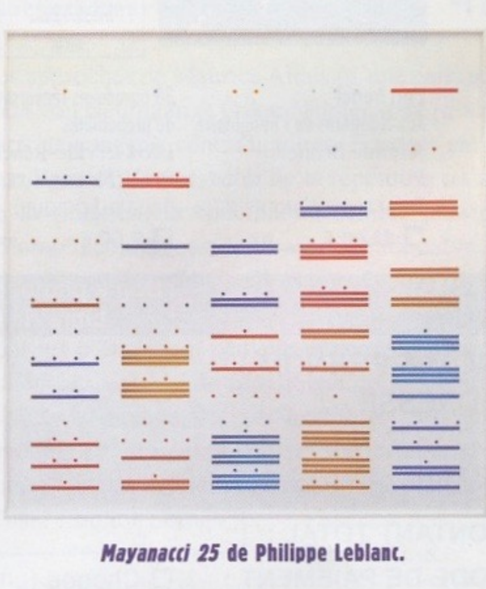
✢ De la Chine aux Amériques

En lisant le tableau Chinacci 25 (ci-contre) colonne par colonne, le mathématicien est frappé par la régularité des premiers termes : 1, 1, 2, 3, 5. Chaque nombre est la somme des deux précédents. Le suivant peut facilement être interprété comme un 8. De fait, l'oeuvre utilise un système d'écriture des nombres inventé en Chine quelques siècles avant notre ère. À cette époque, les Chinois comptaient au moyen de baguettes et non de bouliers, comme ils le firent plus tard. Ils imaginèrent ainsi une façon d'écrire les nombres. Pour cela, ils utilisaient deux notations qu'ils alternaient pour éviter les confusions entre unités, dizaines, centaines…

Deux façons de noter les chiffres de 1 à 9. En les alternant, elles permettent d'éviter les confusions entre les unités, les dizaines, les centaines…

On s'aperçoit ainsi assez rapidement que le tableau de Philippe Leblanc représente les vingt-cinq premiers termes de la suite de Fibonacci, le dernier terme en bas à droite du tableau valant 75 025. Le poétique titre de l'œuvre prend alors son sens, *Chinacci 25* étant une contraction de « Chinois-Fibonacci, vingt-cinq premiers termes ».

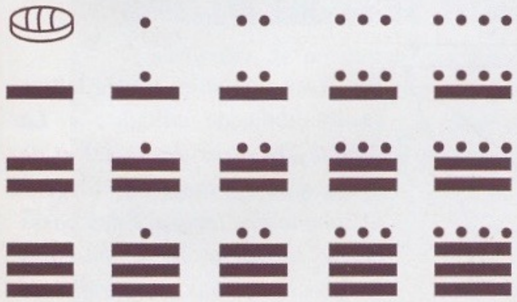
Après cette première analyse, on peut se demander ce que signifient les différences de couleurs, entre jaune et bleu. Pour le voir, il faut réaliser que les bâtons de l'œuvre sont en fait découpés au laser dans une tôle d'acier, qui cache une boîte lumineuse. C'est le fond de cette boîte qui est peinte selon plusieurs bandes verticales dont les largeurs suivent également la suite de Fibonacci : une bande de largeur x en jaune, une deuxième bande de largeur x en bleu foncé, une bande de largeur $2x$ en jaune orangé, une quatrième bande de largeur $3x$ en bleu clair… Toute la série « Mayanacci » de Philippe Leblanc s'éclaire alors d'elle-même.



© Philippe Leblanc, 2017

Mayanacci 25 de Philippe Leblanc.

Dans *Mayanacci 25*, la suite de Fibonacci s'écrit en lignes puisque la première se lit 1, 1, 2, 3 en comptant les points. La barre qui suit signifie alors vraisemblablement 5. On peut ainsi décrypter les nombres suivants. Il s'agit en fait de l'écriture des nombres qu'utilisaient les Mayas, en base 20. Les unités, les vingtaines, les « quatre centaines »… s'empilent de bas en haut. Les couleurs respectent une règle différente de celle de *Chinacci 25* puisque, dans chacune des cinq lignes et des cinq colonnes, on trouve une et une seule fois chacune des cinq couleurs présentes.
À l'époque précolombienne, les Mayas, un peuple d'Amérique centrale, introduisirent un zéro de position, c'est-à-dire un signe qui signifie l'absence. Voici les symboles des nombres de 0 à 19 dans leur système de numération.



Dans ce système, le nombre 1 637 par exemple s'écrit en colonne, de haut en bas, en suivant la décomposition 1 637 = 4 × 400 + 1 × 20 + 17 × 1 (nous sommes en base 20, n'oubliez pas !).

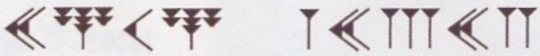
Pour écrire 50 002 avec ce système de numération, on décompose notre nombre en 6 × 8 000 + 5 × 400 + 0 × 20 + 2 × 1, et on obtient la « figure » suivante :

✢ Pourquoi pas un « Babylonacci » ?

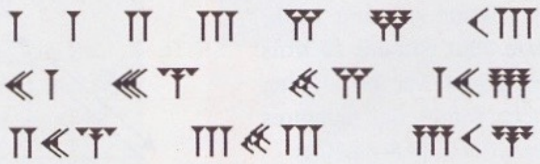
Philippe Leblanc aurait pu prolonger sa démarche en utilisant le système en cours à Babylone. Pourquoi ne l'a-t-il pas fait ? Pour le comprendre, essayons de construire « Babylonacci 25 ». Pour cela, examinons le système babylonien.
Alors que le système de base 10 nous semble évident et celui de base 20 relativement naturel à la réflexion (puisque nous avons dix doigts aux mains mais vingt si nous comptons aussi ceux de nos pieds), le premier système de numération de position à avoir été utilisé (vers –4 000) était de base 60… et nous l'utilisons toujours aujourd'hui pour compter les heures et mesurer les angles. Le système utilisé à Babylone était cependant mixte car les chiffres de 1 à 59 étaient écrits dans un système additif de base 10 ! Un « clou » valait une unité et un « chevron », une dizaine, ce qui donne les nombres de 1 à 9 suivants.

On ajoute alors les chevrons devant (un par dizaine) pour obtenir les nombres de 10 à 59. Ci-dessous, les dizaines de 10 à 50 :

Dans ce système, les nombres 1 637 = 27 × 60 + 17 et 5 002 = 1 × 3 600 + 23 × 60 + 22 s'écrivent respectivement :



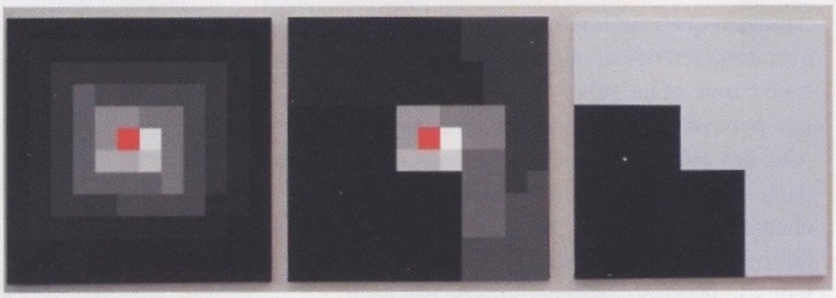
Dans le système de Babylone, la suite de Fibonacci s'écrit donc ainsi :



Une construction de « Babylonacci 14 ».

Il est possible de continuer jusqu'à atteindre « Babylonacci 25 » mais il n'est pas très facile d'équilibrer ce tableau, dont l'intérêt, tout de même, est de faire découvrir le système babylonien d'écriture des nombres à travers la suite de Fibonacci !

La démarche de Denise Demaret-Pranville pour représenter la même suite est très différente puisqu'elle est géométrique. Les nombres représentent des aires, l'unité de base étant le carré rouge.



© Denise Demaret-Pranville, 2017

***Hommage à Fibonacci*, tryptique de Denise Demaret-Pranville.**

Sur la toile de gauche, le premier terme de la suite de Fibonacci est le carré blanc, le deuxième le carré gris clair, juste en dessous. Les termes suivants sont de plus en plus foncés et s'enroulent dans le sens des aiguilles d'une montre. Le tout tient dans un carré de côté 12 grâce au carré rouge car, si l'on note u_n le terme de rang n de la suite de Fibonacci, la somme des dix premiers termes est égale à 144 – 1, ce qui correspond à la formule générale $u_n = u_{n-1} + u_{n-2} = 1 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-2}$. À vous, cher lecteur, de décrypter les deux autres toiles !

H.L.